

Devoir à la maison 1

à rendre au plus tard le mardi 11 septembre 2018

Attention de bien jouer le jeu, et de ne pas vous servir de votre ancienne calculatrice pour la représentation graphique ou pour tout autre calcul ! Car vous n'y aurez droit ni aux concours, ni à aucun DS ...

Soit φ la fonction définie par $\varphi(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln(1-x)}$.

1. Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}_\varphi$ de définition de φ .
2. Déterminer les limites de φ en -1 et 1. Interprétation graphique ?
3. (a) Rappeler la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{x}$ (on pourra poser un $X = \dots$)
 (b) Récrire judicieusement φ pour en déduire que $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = -1$.
4. On introduit sur $] -1, 1[$ la fonction h définie par $h(x) = (1-x)\ln(1-x) + (1+x)\ln(1+x)$.
 (a) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_\varphi$, $\varphi'(x) = \frac{h(x)}{(1-x^2)(\ln(1-x))^2}$.
 (b) Calculer h' sur $] -1, 1[$.
 (c) Résoudre sur $] -1, 1[$ l'inéquation $\ln(1-x) < \ln(1+x)$. En déduire le signe de h' .
 (d) Dresser le tableau de variations de h . En déduire le signe de h .
 (e) Déterminer la limite de h en 1, en posant $X = 1-x$.
 (f) Donner le tableau de variations de φ .
5. Dessiner l'allure de φ .
6. Résoudre sur $\mathcal{D}_\varphi$ l'équation $\varphi(x) = -2$.

Devoir à la maison 1

à rendre au plus tard le mardi 11 septembre 2018

Attention de bien jouer le jeu, et de ne pas vous servir de votre ancienne calculatrice pour la représentation graphique ou pour tout autre calcul ! Car vous n'y aurez droit ni aux concours, ni à aucun DS ...

Soit φ la fonction définie par $\varphi(x) = \frac{\ln(1+x)}{\ln(1-x)}$.

1. Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}_\varphi$ de définition de φ .
2. Déterminer les limites de φ en -1 et 1. Interprétation graphique ?
3. (a) Rappeler la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{x}$ (on pourra poser un $X = \dots$)
 (b) Récrire judicieusement φ pour en déduire que $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = -1$.
4. On introduit sur $] -1, 1[$ la fonction h définie par $h(x) = (1-x)\ln(1-x) + (1+x)\ln(1+x)$.
 (a) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_\varphi$, $\varphi'(x) = \frac{h(x)}{(1-x^2)(\ln(1-x))^2}$.
 (b) Calculer h' sur $] -1, 1[$.
 (c) Résoudre sur $] -1, 1[$ l'inéquation $\ln(1-x) < \ln(1+x)$. En déduire le signe de h' .
 (d) Dresser le tableau de variations de h . En déduire le signe de h .
 (e) Déterminer la limite de h en 1, en posant $X = 1-x$.
 (f) Donner le tableau de variations de φ .
5. Dessiner l'allure de φ .
6. Résoudre sur $\mathcal{D}_\varphi$ l'équation $\varphi(x) = -2$.